Université Hassan II- Mohammedia
Faculté des Sciences et Techniques

Département de Mathématiques — ***AU :2013/2014***
Option :MIP — ***Module :M311***

==

Deuxième partiel Janvier 2104 (S3)
Durée 1H 30

Exercice 0.0.1 *(5 points).*

1. *Montrer que la forme différentielle* $\omega(x,y) = 2.x.e^y dx + (x^2.e^y + \cos(y))dy$, *est exacte et déterminer une primitive.* *(1+2 pts)*
2. *Endéduire la solution générale de l'équation différentielle :* $\big(x^2.e^y + \cos(y))y' = -2.x.e^y$. *(2 pts)*

Exercice 0.0.2 *(6 points)*

1. *Représenter les domaines et calculer les intégrales suivantes :*
   (a) $I = \displaystyle\int_0^2 \int_x^2 2y^2 \sin(xy) dxdy$. *(2 pts)*
   (b) *Calculer directment et utlisant la formule de Green-Riemann :* $J = \displaystyle\iint_D (x - y^2) dxdy,\ D : x^2 + y^2 \leq 1;\quad y \geq 0.$ *(2+2 pts)*
2. *Soient les surfaces (paraboliïdes)* S_1 *et* S_2 *d'équations respectives* $z = x^2 + y^2$ *et* $z = 8 - (x^2 + y^2)$, *et* Ω *le domaine limité par les surfaces* S_1 *et* S_2.
   (a) *Montrer que la projection de* Ω *est* $D : x^2 + y^2 \leq 4$. *(1 pts)*
   (b) *Calculer* $I = \displaystyle\iiint_\Omega dxdydz$.*(On pourra fixer x et y).* *(2 pts)*

Exercice 0.0.3 *(6 points)*

Soit S^+ *la surface d'équation* $x^2 + y^2 = z^2,\ \ 1 \leq z \leq 2$ *orientée par* $\overrightarrow{n}(x, y, -z)$.

1. *Donner une paramétrisation de* S^+. *(1 pts)*
2. *Calculer* $I = \displaystyle\iiint_\Omega z^2 dxdydz$.. *(2 pts)*
3. *Calculer l'intégrale de surface* $I(a,R) = \displaystyle\iint_{D^+} xdy\wedge dz - 3ydz\wedge dx + \frac{1}{3}z^3 dx\wedge dy$, *où :* $D : x^2 + y^2 \leq R^2,\quad z = a$ *orientée par* $\overrightarrow{k}$. *(1 pts)*
4. *En utilisant la formule d'Orstogradsky, calculer*
$$J = \iint_{S^+} xdy \wedge dz - 3ydz \wedge dx + \frac{1}{3}z^3 dx \wedge dy.$$
(2 pts)

==

Professeurs : M.HARFAOUI- S. SAJID